

運動会も終わり、子どもたちは様々な体験を通して多様な学びをしたことでしょう。そしてようやく教科の学習に集中できる時期を迎えたのではないのでしょうか。6年生はいよいよ卒業に向けて小学校の学習のまとめに入りますが、これは単に学習した事柄を並べ立てて復習するというものではありません。これまでの学習を活かして問題解決に役立てることこそ重要です。そして、中学校での学習に向けて力を蓄えることです。

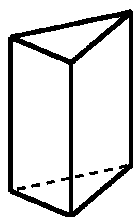


今回は、そのような意味からも「柱体の体積」の学習を取り上げてみました。参考にしてくださいと思います。

「柱体の体積」の指導

＜既習事項からどのように「類推」するか＞

1. この学習の到達点は



左のような三角柱の体積を求める学習の到達点はどのようなことでしょうか。それはおよそ次のようです。

- ・周囲のある三角柱（具体的な形）を認識しその体積を求める方法を考え、公式化しようとする事。
- ・三角柱の体積の求め方について、直方体、四角柱の体積の求め方から類推し、図や式を用いて考え、表現すること。
- ・三角柱の体積を公式を用いて求めることができること。
- ・三角柱の体積は、底面積×高さにまとめられることを理解すること。
- ・三角柱の体積の求め方を利用して、他の角柱の体積も「底面積×高さ」で求められることを一般化しようとする事。

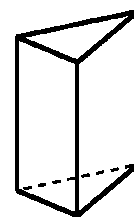
中学校の1年生では、小学校で「柱体の体積＝底面積×高さ」が理解されているものとして指導が展開されます。また、柱体そのもののとらえ方も、「立体図形」（小学校）から「空間図形」（直線や平面の移動によって構成された図形）と見るようになります。すなわち、三角柱は底面の三角形がその高さ分だけ平行移動した空間図形という認識の上に立ち、「柱体の体積＝底面積×高さ」とするのです。

以上のことを理解して、小学校における指導に当たる必要があります。

2. どのような既習事項をどのように活かすか

右のような三角柱の体積を求める問題の解決には、どのような既習事項が必要とされるのでしょうか。

大切なことは、求積の問題解決の過程が、面積の場合は同じように考えられないか、もし良さそうだとしたら面積の場合から類推して考えられな

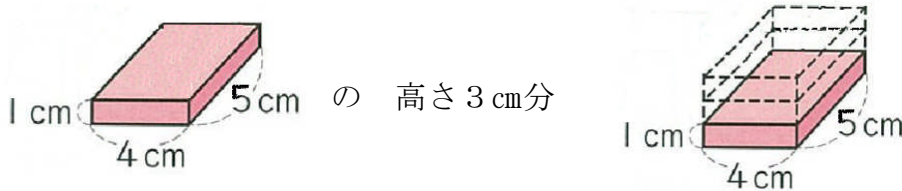


いかとという態度で臨めるようになることでしょう。そこで、次のように整理してみました。

(1) 四角柱の体積の求積

四角柱の体積は、直方体の求積公式からの変形と、求積の原理である 1 cm^3 のいくつかで表すことが基本です。

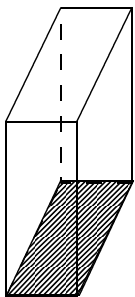
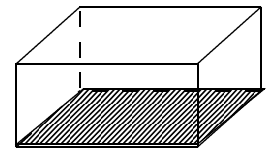
① 「 1 cm^3 のいくつか」の考えから、高さ 1 cm^3 の板の何 cm 分かを考える見方です。



体積は、 $4 \times 5 \times (1)$ の3倍 → $4 \times 5 \times (1) \times 3$
 底面積の数値と同じ

この時に、高さが 1 cm の直方体の体積と、底面の面積は数値が同じになることに着目させます。すなわち、求める体積 = 「底体積」の3倍つまりこの場合は 20 cm^3 の3倍となりますが、高さが 1 cm なので、数値としては底面積 (20 cm^2) を表す数値「 20 」と同じになります。そこで、四角柱の体積 = 底面積 \times 高さ と見ることもできると理解させます。

② 直方体の体積 = たて \times よこ \times 高さの公式から、右図のように
 直方体の底を底面とみると、たて \times よこ \times 高さ
 = 底面の面積 \times 高さ

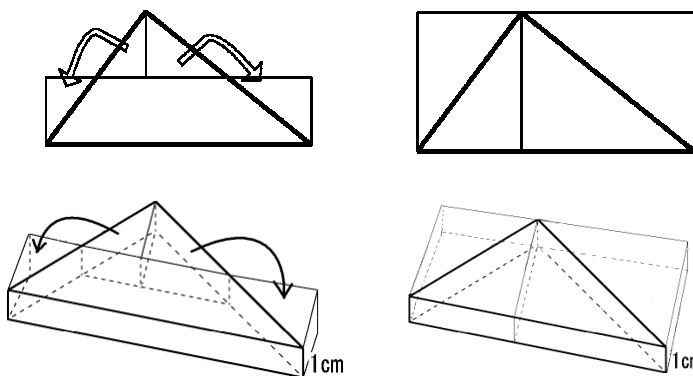


左図のように直方体を立てて見ると、(たて) (よこ) (高さ) と底面の位置が変わり、上と同様に たて \times よこ \times 高さ = 底面の面積 \times 高さ が成り立ちます。
 つまり、見方を変えて公式の表現をかえたこととなります。

そして、①、②の両方から

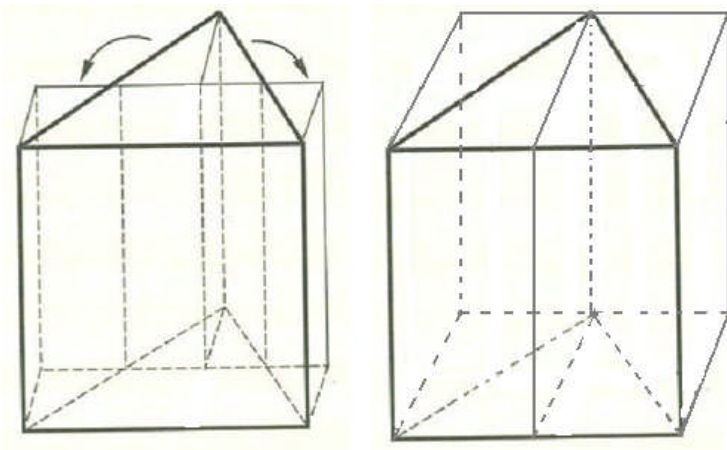
四角柱の体積 = 底面積 \times 高さ
 と見ることができることをまとめるのです。

(2) 三角形の面積の等積変形、倍積変形による求積



これらは、いずれも「習った形」(長方形) に直して考えるというアイデアです。このことを底面が三角形の柱体の「底体積」に応用していくのです。

また、次のように立体そのものを平面図形の場合と同じように、体積の等積変形や倍積変形していきま



す。その際、子どもたちの理解を助けるために、実際の模型を発泡スチロールなどで作り、それと対比させながら変形のアイデアを説明できるといいと思います。

そして、これらはいずれも四角柱に変形されたわけですから、変形された部分がもとの三角柱のどの部分に当たるのかを考えて立式していく

のです。

3. 指導の実際

以上のように既習事項を踏まえて指導を展開します。

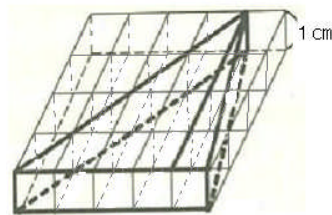
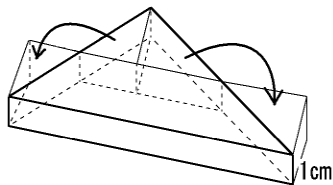
(1) 三角柱の体積がどのようになりそうか、見通しを立てる。

前時で四角柱の体積が底面積×高さだということを学習している子どもたちの中には、三角柱も三角柱の体積＝底面積×高さになるのではないかと類推する子どもたちがいます。これはとてもよいことです。この類推はやがて円柱にも、多角柱にも発展します。そこで、どうしてそのようになるのか、つまり、三角柱の体積＝底面積×高さが成り立つ理由を考えさせるのです。

(2) 四角柱の場合と同じように、高さ1 cmの三角柱の体積が分かればその高さ倍になる。また、高さ1 cmの体積が底面積と同じになればよいと考える。

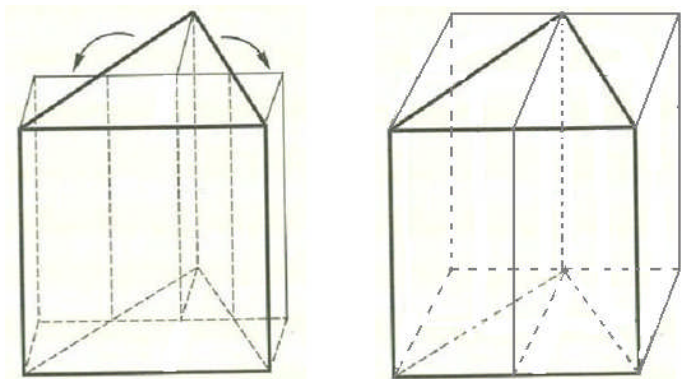
①高さ1 cmの三角柱を四角柱に等積変形する。

②方眼上に高さ1 cmの三角柱を置いて、その個数を数える。



(3) 三角柱を、これと等積な四角柱に変形できないかと考える。または、2倍して四角柱にできないか、面積の倍積変形を元にして考える。

- ・等積変形して習った四角柱に変えた。
すると、底面積は三角形の面積だということがわかる。



4. 留意すべきこと

(1) 底面が直角三角形になった三角柱を扱う例が多いです。これは、倍積変形に目が行き、「四角柱の半分だ」ということに容易に気づくからだと思います。そして、次のような展開をしていきます。

「三角柱は、四角柱の半分だ。だから四角柱＝底面積×高さだから三角柱は四角柱÷2だ。だから三角柱は（四角柱の底面積）×高さ÷2だ。だからたて×よこ×高さ÷2だ。これは、たて×よこ÷2×高さに式変形してもよい。するとこれは三角形の面積×高さだ。だから三角柱の体積＝底面積×高さになる。」

この展開には注意が必要なので述べておきます。

①三角柱を底面が特別な三角形（直角三角形）のみ扱って、三角柱の公式を一般化してしまいがち。一般の三角形も扱う必要があります。

②この式変形が子どもたちにはなかなか納得できないのです。図などと対比してゆっくり、注意深く説明しないと理解できない子どもが多いことを認識しましょう。

(2) 「四角柱」から「三角柱」が考えられないかと子どもたちに働きかけてしまうことがあります。

これは、四角柱を既習事項にして考えようという意図でしょうが、実際には、四角柱÷2＝三角柱という展開になってしまいます。これは、考え方としては逆のはずです。面積の求積の場面で考えてみましょう。長方形の公式ができたときに、「このことから三角形の面積はどうしたらいいか、わかりませんか？」という指導をするでしょうか。あくまでも、面積を求める対象を「習った形に変形して」求めるのが既習事項を用いる学習の流れです。

柱体の求積の場合も、この時間で考える対象は「三角柱」です。従って三角柱の等積変形、倍積変形へと進むのが自然でしょう。

(3) 柱体の求積公式のみが重要だと考え、公式の適用のみを指導の重点にしてしまう傾向があります。

せっかくの教材のよさ、この場合は平面図形の求積や前時までの学習から類推的な考え方をしたり、既習事項を活かして底面積×高さでよいことを証明しようとする演繹的な考え方などの数学的な考え方を身につけたり価値づけたりする機会を活かすようにしたいものです。

今回は、「角柱の体積」を取り上げてみました。ポイントは既習事項を如何に活用するかです。既習事項は、知識・理解のみではありません。考え方やアイデアが既習事項として活かされることが重要です。だからこそ6年生の学習としてふさわしいのかもしれないですね。

子どもたちの考え方も多種多様です。皆さんの実践の結果や質問などをいただき、お互いに更によりよい指導方法を開発していきましょう。

