今月の指導　１２月

初等教育研究所　山　﨑　　　憲

３年・□をつかった式の指導

３年生の子どもたちはとても活発です。新学期当初は２年生から初めてのクラス替えなどがあり，友だちづくりで苦労した３年生。おそらく現在はのびのびした学校生活を送っているでしょう。その３年生，ものの言い方もはっきりしてきます。わからないことは「わからない」とはっきり言えたり，こだわりが出てきます。「なぜ？」「どうして？」「どういう理由で？」など，納得できないことはとことん知りたい年頃。そこが算数を指導する上ではチャンスです。

「□をつかった式」の単元もそんな３年生にはぴったりかもしれません。既習事項を大切にして，「こういうことなら，これも同じようになるかもしれない。」「こういうきまりがありそうだから確かめよう。」「なぜこうなるのかその訳が知りたい。」などの数学的な考え方を育てるいい機会です。

１，□を使った式の取り扱いの変遷

昭和３３年の学習指導要領

・３年…□を未知数を表すのに使い、この値を求める。（変数的な見方も）

昭和４３年の学習指導要領

・３年…□や△を、変数を表すものとみて、これを用いた関数関係を表す式をとりあげる。

昭和５２年と平成元年の学習指導要領

・３年…□だけをもちいる。未知数的な扱い。

・４年…□や△を用いる。

平成２３年の学習指導要領

・３年…数量を□などを用いて表し、その関係を式に表したり、□などに数を当てはめて調べたりすること。

・４年…変量を表す記号として□，△などを用いた式を適切に用いることができるようにすること。

２，□が用いられる場合について

上で述べたように、３年生では□は未知の数量を表す記号として使い，文脈通りに数量の関係を立式し，□にあてはまる数を調べることができるようにします。つまり□を「数をかく場所」として扱うのです。そして次第に未知の数量を表す記号として使えるようにして、５年生の「文字と式」で□のかわりにａ，ｂ，ｘなどを使うように指導していきます。

□＋６＝１５、□－８＝７、１５－□＝６、□×５＝３０、□÷７＝８などのように文脈に従って立式することのよさを味わわせるようにします。そして□はおおよそその立式の逆算で求められることを知ることになります。

３，指導の実際

２つの例を紹介しておきましょう。

(1)「式の意味」から考えさせる方法（柳瀬　修先生のアイディア）

①次のような不可解な問題を提示します。

「あめが１ふくろと，ばらで６こあります。あめは全部でなんこありますか。」

T1　なに算で求められますか。

C1　たしざんです。

T2　先生が式をたてました。式は　１＋６です。

C2　ちがうよ。それはおかしいよ。

C3　「１」はふくろの数。あめの数ではない。

C4　ふくろの数とあめの数は足しちゃいけない。

C5　ふくろの中のあめの数がわかればいい。

T3　ふくろの中のあめの数が今は分かっていないので，□で表すことを約束しましょう。そうすると，さっきの式は　□＋６　と書けます。あめは「□＋６」こあるということですね。

C6　本当はなんこあるの？

C7　□こじゃわからないよ。

②　□＋６を数量と見て，関係を表す式　□＋６＝１８を導きます。

T4　ふくろの中のあめを数えてみよう。（と言って，ふくろの中のあめをばらのところに出して一緒にしてしまう。）うぁっ，これはしまった。一緒にしてしまった。しょうがない，全部を数えてみよう。

（児童と一緒に数える。）

C8　全部で１８こだ。

C9　だけど，どれがふくろの中のあめか分からなくなった。

T5　さあ，ふくろの中のあめはなんこあったのか，さっきの式をつかって書いてみよう。６こと一緒にしたら１８こになったんだね。とすると…。

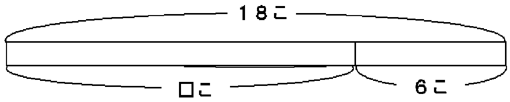
C10　わかった。□＋６＝１８　です。

③　□＋６＝１８　の□の求め方を考えます。

□に当てはまる数はどのようにして決めたらよいか，考えさせます。

●テープ図から数の関係をみて□を求める方法

テープ図から，□＝１８－６



●思考の逆をたどって逆算で求める方法

□に６を足したから１８になった。引けば元に戻る。だから□＝１８－６

たし算の逆はひき算だから，□＝１８－６

●およその見当をつけて□にあてはめる方法

□＋６＝１８だから。□を１０にすると　１０＋６＝１６でまだ少し足りない

□を１１にすると　１１＋６＝１７であと１

だから　□＝１２

まとめでは,「問題の意味はたし算になるので，分からない数を□にして式に表すと□＋６＝１８のように　たし算の式になることがわかった。」のようにまとめる。

(2) 逆思考の問題を扱う方法（八木　隆先生のアイディア）

①２年生で学習した，次のような問題を提示します。

「バスに乗っていたら、公園の前で６人乗ってきたので全部で１８人になりました。初めに何人乗っていたのでしょう。」

この問題を解くのに、子どもたちは「なに算になりますか？」の問いに対して、「たし算」「ひき算」の両方を答えることが多いのです。

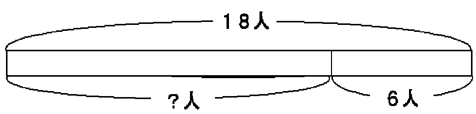
●「たし算」と答える理由

・６人乗ってきたから，前より６人増えている。だから「増えるたし算」です。

・「全部で」と言っているのだからたし算です。

●「ひき算」と答える理由

・テープ図にかいてみると，右図のようになり，わからないところを求めるのだから，１８－６になります。



このようなことから，テープ図に表すと答えを求めるのになに算か分かりやすいこと,「たし算」に見えても答えは逆の「ひき算」で求められるものがあることなどを指導するのです。従ってこの問題は既習事項です。ですから，ほとんどの子どもたちが，答えを求める式，１８－６と立式するでしょう。これは２年生での学習がよく理解されていたことを示すものです。

②では，本当に「１８－６」の式でよいか確かめるために，「１８－６」の式になる問題を作ってみます。すると，

＊「１８人いて６人へりました。残りは何人でしょう。」

＊「男子１８人と女子６人の違いは何人でしょう。」

のような問題を作ります。これは，一番最初の問題とは違うのです。「問題がこのように違うのに，どうして１８－６でいいのですか？」と再度問います。すると子どもたちは，

C1　もともとたし算なんだけれど，答えを出すのには１８－６のようにひき算にします。

C2　さんせいです。はじめにいた人を出すのだから。

そこで，

T1　それでは「もともとのたし算」ってどんな式ですか？

C3　何人かに６をたすたし算です。

C4　？＋６です。

T2　このたし算の答えはわからないのですか。

C5　答えは１８です。

C6　？＋６＝１８の式です。

T3　分からないところを□にすると，□を使った式で　□＋６＝１８　と書けます。（これは教える内容です。）

のように指導します。

③　□＋６＝１８　の□の求め方を考えます。

□に当てはまる数はどのようにして決めたらよいか，考えさせます。

●□に数を１，２，３とあてはめていく方法

１＋６＝７，２＋６＝８…のようにして，答えが１８になるまであてはめて

□＝１２を得る。

●およその見当をつけて□にあてはめる方法

□＋６＝１８だから。□を１０にすると　１０＋６＝１６でまだ少し足りない

□を１１にすると　１１＋６＝１７であと１

だから　□＝１２

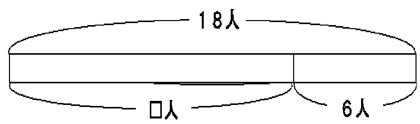
●四則計算相互の関係から逆算で求める方法

□に６を足したから１８になった。引けば元に戻る。だから□＝１８－６

たし算の逆はひき算だから，□＝１８－６

●テープ図から数の関係をみて□を求める方法

テープ図から，□＝１８－６



このように，□を使った式から□を求める方法はいくつかありますが，最も簡単・簡潔・明瞭な方法はどれか考えさせます。そして逆算の考え方やテープ図，線分図による　数の関係をみて決める方法を強調します。

※注意すること

教科書でも「四則計算相互の関係から逆算で求める方法」をまとめています。その場合，「たし算→ひき算で　ひき算→たし算で」のように解釈されがちですが，例えば１２－□＝７のような場合は，□はひき算で求めることになります。かけ算と割り算の場合も同じように注意する必要がある場面があります。

４　指導上，留意するべきこと

(1) の展開例では，その前提として私たちが理解しておかなくてはならない大切な点があります。それが「式の意味」です。

式には，数量についての事柄（フレーズ）を表す式と，数量の関係（センテンス）を表す式があります。

●数量についての事柄（フレーズ）を表す式

３＋４，□＋６，６×９，□×４，…　など　事柄やその結果としての数量

●数量の関係（センテンス）を表す式

□＋６＝１８，５×４＋６×４＝４４，ａ＋ｂ＞ｃ＋ｄ，…　などの関係

(1) の展開では，ふくろの中のあめとばらのあめの合計の表し方として，□＋６としています。この考えは，□＋６を数量についての事柄（フレーズ）を表す式として認識させるという意図が明確です。そして，それが全体の１８こと同等の関係にあることを表す方法として，□＋６＝１８　を指導しているのです。

数量の関係を表す式については，４年生でさらに明確になります。４年生では，変量を表す記号として□，△などを用いた式を適切に用いることができるようにすることが目標です。例えば，正方形の一辺の長さと周の長さの間の関係を□×４＝△と一般的に表す場合が考えられますが，変量を□，△などを用いて式に表すと数量の関係を簡潔に表すことができることを学びます。

(2) の展開では，「既習事項を使って解決する」ことと，そのことから発生する課題を解決するという問題解決の手法です。

新しい指導要領の実施に伴い，各教科書はテープ図の扱い方を従来とは大きく変えました。それは，これまで「逆思考」の問題場面で数量の関係を整理する必要性からテープ図を導入してきた流れを，「順思考」の問題場面から適用し，数量の関係を明確に表す方法として早期から指導している点です。従って，３年生のこの時期は，テープ図で数の関係を表すことが十分できることが前提の指導展開が考えられます。

子どもたちは２年生で，逆思考の問題は既に経験しています。またその答えを求める場合には，テープ図で数量の関係を明らかにして，何を求めるのか，そのためにはなに算をすればよいのか理解しています。しかし，逆思考の問題では，「本当はたし算なのに，答えはひき算で求めるのだ。」と考え，「増えた」「全部で」「減った」「残った」など，しばしば問題に出てくるキイワードや動作からイメージする演算決定の方法があてにならないのかなと思ってしまっているのです。その問題をすっきりさせ，□を使って順思考で表すという算数のよさを味わわせるのが目的です。「１８－６」の問題作りがやや唐突な感じ

もしますが意図を理解していけば可能な指導でしょう。

ほとんどの教科書の指導例は(1)に近いものですが，クラスの実態に応じて是非(1)や(2)の展開を参考にして実践してみていただきたいです。また，さらに別の効果的な展開例がございましたら投稿していただけると勉強になります。